La résolution de problèmes

On résout des problèmes mathématiques à la maison, au travail, à l'école et dans les loisirs. Il existe plusieurs techniques de résolution de problèmes. Dans *Liens mathématiques 9*, on t'encourage à utiliser différentes méthodes, à chercher des stratégies de rechange et à utiliser tes propres idées. Ta méthode peut être différente, mais tout aussi efficace.

Un modèle de résolution de problèmes

Par où dois-tu commencer pour résoudre un problème ? Le processus en quatre étapes qui suit pourrait t'être utile.

Comprends

Lis attentivement le problème.
- Note les mots clés, les groupes de mots et les faits importants.
- Reformule le problème dans tes propres mots.
- De quels renseignements disposes-tu ? De quels autres renseignements as-tu besoin ?
- Qu'est-ce que le problème te demande de faire ?

Planifie

Choisis une stratégie de résolution de problèmes. Pourquoi as-tu choisi cette stratégie-là ? Tu as parfois besoin de plus d'une stratégie.
- Pense à d'autres problèmes que tu as résolus. Ce problème ressemble-t-il à l'un deux ? Peux-tu utiliser une stratégie semblable ? Voici quelques stratégies :
  - utiliser un modèle
  - dessiner un schéma
  - faire une liste ordonnée ou une table
  - travailler à rebours
  - prédire et vérifier
  - chercher une régularité
  - organiser, analyser et résoudre
  - estimer et vérifier
  - résoudre un problème plus simple
  - nommer toutes les possibilités
  - utiliser une variable
  - résoudre une équation
  - faire une supposition
- Évalue si le matériel suivant peut t'être utile et indique à quelle étape :
  - des outils comme une règle ou une calculatrice ou d'autres outils;
  - du papier quadrillé ou une droite numérique, par exemple.

Résous

Résous le problème pendant que tu exécutes ton plan.
- Estime la réponse grâce au calcul mental et à l'estimation.
- Effectue les calculs.
- Envisage un autre plan si ton plan ne t'aide pas à trouver la solution.
- Note chacune de tes étapes.
- Formule ta réponse. Explique ton raisonnement.

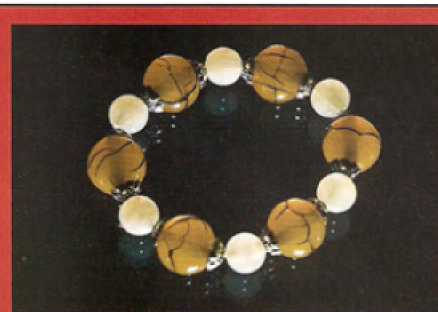
Vérifie

Examine ta réponse. Est-elle logique ?
- Ta réponse est-elle proche de ton estimation ?
- Ta réponse correspond-elle aux faits énoncés dans le problème ?
- Ta réponse est-elle vraisemblable ? Si elle ne l'est pas, établis un nouveau plan et essaie une autre stratégie.
- Pense à résoudre le problème d'une autre manière. Obtiens-tu la même réponse ?
- Compare tes méthodes avec celles d'autres élèves.

Voici quelques stratégies que tu peux utiliser pour résoudre des problèmes. Tu pourrais avoir d'autres idées pour résoudre un problème.

Problème 1

Leisa achète 70 billes de verre pour fabriquer des bijoux qu'elle offrira à ses parents et amis. Les petites billes coûtent 1 $ chacune, et les grosses, 2 $ chacune. Leisa débourse 99 $ en tout. Combien de billes à 1 $ a-t-elle achetées ?



Stratégie	Exemple
Estimer et vérifier	Estime qu'il y a autant de petite billes que de grosses billes. Donc, $70 \div 2 = 35$ petites billes et 35 grosses billes. Pour déterminer le coût total, multiplie le nombre de petites billes par 1 $, et le nombre de grosses billes par 2 $. $1(35) + 2(35) = 35 + 70$ $= 105$ Trop élevé Inscris d'autres estimations dans un tableau.

Petites	Grosses	Coût total ($)	
45	25	$45 + 2(25) = 95$	Pas assez
40	30	$40 + 2(30) = 100$	Trop élevé
43	27	$43 + 2(27) = 97$	Pas assez
41	29	$41 + 2(29) = 99$	Exact !

Leisa a acheté 41 billes à 1 $.

Résoudre une équation

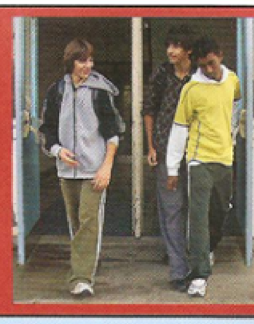
Suppose que n représente le nombre de petites billes.
On peut représenter le nombre de grosses billes par $70 - n$.
On peut représenter le coût d'une petite bille par $1n$ ou n.
On peut représenter le coût d'une grosse bille par $2(70 - n)$.
On peut représenter le coût total des billes par $n + 2(70 - n)$.
Le coût total est de 99 $.

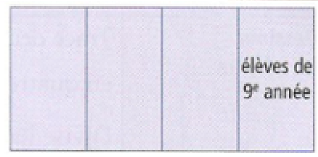
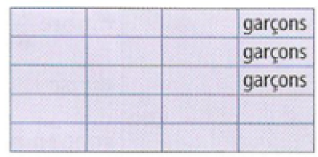
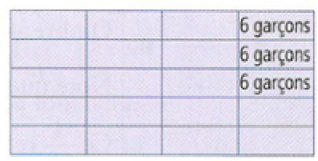
$$\begin{aligned} n + 2(70 - n) &= 99 \\ n + 140 - 2n &= 99 \\ 140 - n &= 99 \\ -n &= -41 \\ \left(\frac{-n}{-1}\right) &= \left(\frac{-41}{-1}\right) \\ n &= 41 \end{aligned}$$

Leisa a acheté 41 billes à 1 $.

Problème 2

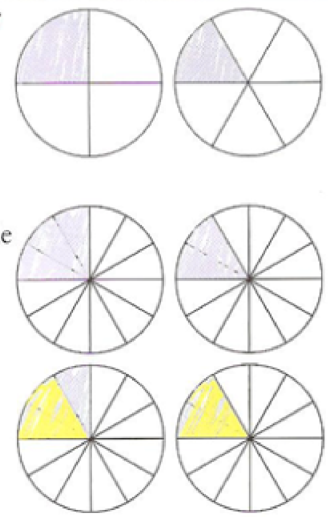
Dans une communauté du nord du Manitoba, les élèves de 9ᵉ année forment $\frac{1}{4}$ de la population scolaire. $\frac{3}{5}$ des élèves de 9ᵉ année sont des garçons. L'école compte 18 garçons de 9ᵉ année. Combien d'élèves y a-t-il dans cette école ?



Stratégie	Exemple
Dessiner un schéma	Ce rectangle représente toute la population scolaire. Les élèves de 9ᵉ année représentent $\frac{1}{4}$ du rectangle.  Divise la section $\frac{1}{4}$ en cinq parties. Étiquette trois parties pour montrer que $\frac{3}{5}$ sont des garçons.  Puisque les 18 garçons de 9ᵉ année occupent 3 cases, il doit y en avoir 6 par case. $6 + 6 + 6 = 18$ Le rectangle contient 20 cases en tout. Donc, $20 \times 6 = 120$. Il y a 120 élèves dans l'école. 
Résoudre un problème plus simple	Détermine d'abord la fraction des élèves de l'école qui sont des garçons de 9ᵉ année. Les élèves de 9ᵉ année forment $\frac{1}{4}$ de la population scolaire. Les garçons de 9ᵉ année forment les $\frac{3}{5}$ des élèves de 9ᵉ année. Donc, le nombre de garçons de 9ᵉ année est $\frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$. Détermine maintenant la population de l'école à l'aide de ces $\frac{3}{20}$. S'il y a 18 garçons en 9ᵉ année, alors les $\frac{3}{20}$ de la population de l'école égalent 18. La population scolaire est $18 \div \frac{3}{20}$. $18 \div \frac{3}{20} = 18 \times \frac{20}{3}$ $= \frac{360}{3}$ $= 120$ L'école compte 120 élèves.

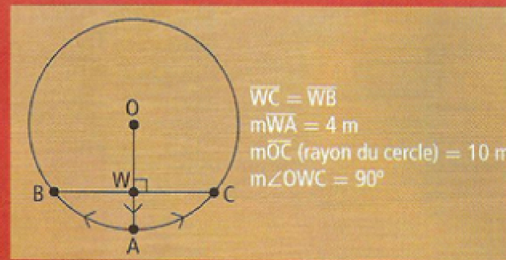
Problème 3

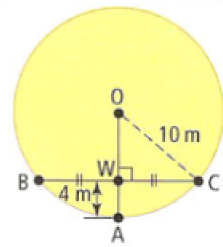
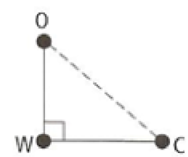
Damien veut couper une tarte aux saskatoons en quatre portions égales. S'il la coupait en six portions égales, chaque morceau pèserait 40 g de moins que s'il la coupe en quatre. Quelle est la masse de la tarte ?

Stratégie	Exemple
Dessiner un schéma	Trace deux cercles de même format. Divise le premier en quatre sections égales et ombre $\frac{1}{4}$ en bleu. Divise l'autre cercle en six sections égales et ombre $\frac{1}{6}$ en bleu. Puisque $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ et que $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$, divise les deux cercles en 12 sections. $\frac{3}{12}$ d'un cercle sont en bleu et $\frac{2}{12}$ de l'autre sont en bleu. Ombre $\frac{2}{12}$ de chaque cercle en jaune. Note que $\frac{1}{12}$ de la section d'un quart est en bleu. Ce $\frac{1}{12}$ représente la différence de 40 g entre les deux morceaux. Donc, $\frac{1}{12}$ de tarte pèse 40 g. $40 \times 12 = 480$ La masse de la tarte est 480 g. 
Résoudre une équation	Suppose que m représente la masse de la tarte. On peut représenter un morceau d'une tarte divisée en quatre par $\frac{1}{4}m$ et en six par $\frac{1}{6}m$. La différence de masse entre les deux morceaux est de 40 g. Résous l'équation à l'aide d'un dénominateur commun. $\frac{1}{4}m - \frac{1}{6}m = 40$ $\frac{3}{12}m - \frac{2}{12}m = 40$ $\frac{1}{12}m = 40$ $\frac{1}{12}m \times 12 = 40 \times 12$ $m = 480$ La masse de la tarte est 480 g.

Problème 4

Deux danseuses partent du point O sur la scène. Elles vont en ligne droite jusqu'à A. La première se déplace ensuite sur la circonférence du cercle jusqu'au point B et la seconde, jusqu'au point C. La première danseuse se rend ensuite à la deuxième sur $\overline{BC}$. Quelle distance sépare alors les deux danseuses ?



Stratégie	Exemple
Organiser	Trace le cercle et inscris les données fournies. 
Analyser	Fais un plan pour trouver la longueur de $\overline{BC}$. WC et WB sont deux segments égaux de $\overline{BC}$. Trouve la longueur de $\overline{WC}$ ou de $\overline{WB}$; disons $\overline{WC}$. Le $\triangle OWC$ est un triangle rectangle. Détermine la longueur de $\overline{WC}$ à l'aide du théorème de Pythagore. Tu dois déterminer la longueur de $\overline{OC}$ et de $\overline{OW}$.  $\overline{OC}$ est l'hypoténuse du triangle rectangle. $m\overline{OC} = 10$ m $\overline{OW}$ est une cathète du triangle rectangle; détermine sa longueur. OW et WA sont des segments de OA. $\overline{OA}$ = rayon du cercle = 10 m $m\overline{WA} = 4$ m $\overline{OW} + \overline{WA} = \overline{OA}$ $\overline{OW} + 4 = 10$ $m\overline{OW} = 6$ Pour trouver $\overline{WC}$, applique le théorème de Pythagore. $\overline{OW}^2 + \overline{WC}^2 = \overline{OC}^2$ $6^2 + \overline{WC}^2 = 10^2$ $36 + \overline{WC}^2 = 100$ $\overline{WC}^2 = 64$ $m\overline{WC} = 8$
Résoudre	Maintenant que tu as déterminé la longueur de $\overline{WC}$, détermine celle de $\overline{WB}$. $\overline{WC} = \overline{WB}$ $m\overline{WC} = 8$, donc $m\overline{WB} = 8$ Détermine la longueur de $\overline{BC}$. $\overline{BC} = \overline{WC} + \overline{WB}$ $= 8 + 8$ $= 16$ La distance entre les deux danseuses est de 16 m.